

DOĞAL SAYILARLA İŞLEMLER KONUSUNDA ÖĞRENCİ HATALARININ İNCELENMESİ
VE
ÖZEL YETENEKLİ ÖĞRENCİLER İÇİN ÖNERİLER



Yasin Emre CAN

**DOĞAL SAYILARLA İŞLEMLER KONUSUNDA ÖĞRENCİ HATALARININ İNCELENMESİ
VE
ÖZEL YETENEKLİ ÖĞRENCİLER İÇİN ÖNERİLER**

Yasin Emre CAN



DOĞAL SAYILARLA İŞLEMLER KONUSUNDA ÖĞRENCİ HATALARININ İNCELENMESİ
VE
ÖZEL YETENEKLİ ÖĞRENCİLER İÇİN ÖNERİLER

Yasin Emre CAN

ISBN	978-625-97525-0-1
Baskı	1. Baskı 100 Adet
Yayın Tarihi	18 Aralık 2024

Kütüphane Kartı

DOĞAL SAYILARLA İŞLEMLER KONUSUNDA ÖĞRENCİ HATALARININ İNCELENMESİ VE
ÖZEL YETENEKLİ ÖĞRENCİLER İÇİN ÖNERİLER

CAN, Yasin Emre

1. Basım, 48 sayfa, 210*280, Kaynakça var, Dizin yok

Türü: Akademik Kitap



ÖZET

DOĞAL SAYILARLA İŞLEMLER KONUSUNDA ÖĞRENCİ HATALARININ İNCELENMESİ VE ÖZEL YETENEKLİ ÖĞRENCİLER İÇİN ÖNERİLER

Doğal Sayılarla işlemler konusunun matematik müfredatlarında daha geniş bir şekilde yer bulmasıyla birlikte, öğrencilerin bu konuları öğrenirken hatalı veya yanlış anladıkları kavramları tekrar öğrenmeleri gereklilik haline gelmiştir. Ancak doğal sayılarla işlemler konusuyla ilgili yapılan araştırmaların çoğunlukla öğrencilerle gerçekleştirildiği, tarama yöntemi kullanıldığı ve genellikle öğrencilerin doğal sayılarla ilgili bilgilerine odaklandığı gözlemlenmektedir. Bu alandaki öğrenci çalışmalarının sayısının sınırlı olduğu gözlemlenmektedir. Öğrencilerin doğal sayılarla işlemler konusu konularını öğrenirken ki bilgi düzeylerini inceleyen araştırmaların sonuçlarına bakıldığında, doğal sayılarda işlemler konularının öğrenimiyle ilgili önemli eksiklikler olduğu görülebilir. Bu eksiklikler arasında üslü sayıları çarpım şeklinde değil de toplama şeklinde yazmaları yer almaktadır. Kuvvet ve tabanın yerlerinin karıştırıldığı görülmektedir. Üslü ifadeleri yazarken kuvvet ve tabanın yerlerini de karıştırdığı anlaşılmaktadır. Ayrıca, kuvvet ve taban gibi terimleri yorumlama sorularında da karıştırdıkları gözlenmektedir.

Anahtar Kelimeler: Doğal sayılar, kuvvet(üs), taban, üslü ifade

Bu çalışma Tokat Üniversitesinde dönem projesi olarak kabul görmüştür. GOP BİLSEM yayını için kitap haline getirilmiştir.

İÇİNDEKİLER

TABLO LİSTESİ	v
ŞEKİL LİSTESİ	vii
BÖLÜM I	1
Giriş	1
BÖLÜM II	6
BÖLÜM III	20
BÖLÜM IV	23
BÖLÜM V	40
KAYNAKÇA	42

TABLO LİSTESİ

Tablo: 1:Testin 1. sorusunun analizi	24
Tablo: 2 Testin 2. sorusunun analizi	25
Tablo: 3 Testin 3. sorusunun analizi	26
Tablo: 4 Testin 4. sorusunun analizi	28
Tablo: 5 Testin 5. sorusunun analizi	29
Tablo: 6 Testin 6. sorusunun analizi	31
Tablo: 7 Testin 7. sorusunun analizi	34
Tablo: 8 Testin 8. sorusunun analizi	35
Tablo: 9 Testin 9. sorusunun analizi	37
Tablo: 10 Testin 10. sorusunun analizi	39

KISALTMALAR

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

BÖLÜM I

GİRİŞ

Bu bölümde, araştırmanın amaçları, önemi, sorunları, sınırlılıkları, terimlerin tanımları ve kısaltmaları ele alınmıştır. Matematik, insanlık için evrensel bir dil ve düşünme biçimi haline gelmiş olabilir. Matematik, insanların sorunları sorgulayarak ve irdeleyerek çözdüğü bir araç haline gelmiştir. Bu nedenle matematik öğretimi yalnızca matematik bilgilerini öğretmekle kalmaz, aynı zamanda öğrencilere öğrendikleri bilgileri pratikte kullanabilme becerisi kazandırır. Matematik, günlük yaşamda sıkça karşılaşılan bir alandır ve öğrencilere fiziksel ve sosyal dünyayı anlama ve yorumlama yeteneği kazandırmalıdır. Matematik öğretimi, öğrencilere çeşitli deneyimlerini analiz edebilme, açıklayabilme, tahminde bulunabilme ve problem çözebilme becerileri kazandırmalıdır. Öğrenciler, matematik sınıflarından öğrendikleri becerileri gerçek dünyadaki problemleri çözmek için kullanabilmelidirler. Milli Eğitim Bakanlığı, matematik öğretiminin amacını, öğrencilere matematiksel kavramları ve sistemleri anlama, bu kavramlar arasındaki ilişkileri kurma, günlük yaşamda ve diğer öğrenme alanlarında uygulayabilme yetisi kazandırma olarak belirtmektedir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2011). 2005 yılında Milli Eğitim Bakanlığı tarafından uygulanmaya konulan "Yapılandırmacılık Modeli" ilkökul ve ortaokul programında, matematik öğreniminin sadece okul yaşantısına hazırlık olmadığını, yaşamın bir parçası olduğunu belirtilmektedir. Matematik öğrenimi, öğrencilerin formülleri ve hesaplamaları doğru yapmalarından çok, kavramları ve işlemleri anlamalarına ve matematiksel düşünme becerilerini geliştirmelerine dayanır. Bu nedenle matematik öğrenimi, işlemsel bilgiye vurgu yapmaktan ziyade, işlem ve kavram bilgisine dengeli bir yaklaşım benimsemelidir. Öğrencilerin kavramları öğrenmeleri ve bu kavramları matematiksel düşünme yetilerini geliştirmek için kullanmaları gerekmektedir. İşlemsel bilgi gelişimi, öğrencilere sezgisel ve gayri resmi bilgilerini sunma ve öğrencilerin kendi çözüm yollarını ve stratejilerini sunma fırsatı sunmadan hızlı tanımlamalar sunma eğilimindedir. Ancak, çoklu duyulara hitap eden materyallerin kullanılması, öğrenci katılımını artırabilir ve daha kalıcı öğrenmeye katkı sağlayabilir. Matematiksel kavramları öğrenmemek veya yanlış ve eksik öğrenmek, matematiğin birikimli bir yapıya sahip olması nedeniyle ileri seviyedeki konuların öğrenilmesini ve kavramlar

arasındaki ilişkinin kurulmasını olumsuz etkileyebilir. Bu nedenle, öğrencilerin sahip olduğu kavramsal yanlışları ve eksik bilgileri önceden tespit etmek ve bu konuda önlemler almak, etkili bir matematik öğretimi için gereklidir. Bu bölümde, öğrenme kuramları ve ilkeleri üzerinde durulmaktadır.

PROBLEM

Bu bölümde, araştırmanın problemi, alt problemleri, amacı, önemi, kısıtlamaları, tanımları ve kısaltmaları ele alınmıştır. Matematik, neden-sonuç ilişkilerini anlayarak çevresindeki olayları kavrama yetisi geliştirmek için önemli bir araçtır. Ancak öğrenciler, matematiğin günlük yaşamlarında işlerine yaramadığını düşünebilirler (Çetin, Ersoy ve Çakıroğlu, 2002). Matematik öğretiminin amacı sadece matematik bilgisine sahip bireyler yetiştirmek değil, öğrencilere öğrendikleri matematik bilgilerini kullanabilme ve problem çözebilme becerileri kazandırmaktır. Soyut kavramlar sık sık günlük hayatta karşımıza çıkar, örneğin sayılar soyut birer kavram olsa da, günlük yaşamda somut bir şekilde kullanılırlar. Sayılar gibi pek çok soyut kavram, günlük yaşantımızın ayrılmaz bir parçasıdır ve bu nedenle bu kavramların öğrenimi hayati öneme sahiptir. Matematik öğretimi, öğrencilerin temel matematik becerilerini kazanmalarına ve bunları günlük hayatta kullanabilmelerine odaklanmalıdır. Ancak mevcut araştırmalar, matematik öğretiminin çoğu zaman matematik kurallarını ezberletme üzerine odaklandığını ve kavramlar arasındaki ilişkiyi ihmal ettiğini göstermektedir (Güven ve Karataş, 2003; Eraslan, 2011; Köroğlu vd., 2004). Ayrıca, işlemsel bilgi kavramsal bilgiye üstün gelmektedir. Bu nedenle, öğrencilerin kavramsal yanlışlarını ve eksik bilgilerini tanımlamak ve düzeltmek, etkili bir matematik öğretimi için gereklidir.

Son yıllarda matematiksel kavram yanlışlarının araştırılması artmıştır, ancak dokuzuncu sınıf matematik konularına odaklanan araştırmalar göz önüne alındığında, doğal sayılar konusunda herhangi bir çalışma yapılmadığı görülmüştür. İlkokul seviyesinden itibaren öğretim programlarında yer alan temel bir konu olan doğal sayılarla ilgili kavram yanlışlarının belirlenmesi, öğrencilere daha iyi öğretim sağlamak ve öğretmenlere kavram yanlışlarını düzeltme konusunda yardımcı olabilir. Ayrıca, bu araştırma sonuçları, lise matematik programlarının geliştirilmesi ve konuların öğretimi konusunda yol gösterici olabilir.

AMAÇ

Bu araştırmanın amacı, doğal sayılarla işlemler konusunda öğrencilerin bu konuda öğrendikleri kavramdaki hatalarını öğrenmektir.

ÖNEM

Çok sayıda araştırma, öğrencilerin çoğunun doğal sayılarla işlemlerle ilgili eksikliklere sahip olduğunu göstermektedir ve bu eksikliklerin, özellikle cebir konusunda zorluk yaşayan öğrencilerin, üslü sayıları iyi anlamamalarından kaynaklandığını ortaya koymaktadır. Bu araştırmalara göre, öğrencilerin üslü sayıları anlamakta zorluk çekmelerinin nedeni, üslü sayı kavramını sağlıklı bir şekilde öğrenememeleridir.

Matematik öğreniminin temel kavramların doğru bir şekilde öğrenilmesi gerekliliği, matematik öğreniminin çoğu konusunun kavramlarının birbiriyle örtüşmesinden kaynaklanmaktadır. Özellikle doğal sayılar gibi matematiğin temel bir konusunda eksik öğrenme ve kavram yanlışları, ileri düzeydeki konuların öğrenilmesini zorlaştırabilir ve ayrıca günlük hayatta matematik kullanımında sorunlar yaratabilir.

Öğrencilerin hangi kavramlarda yanlışlar ve hatalar yaptığını bilen öğretmenler, bu eksiklikleri öğretimlerini düzeltebilmek için kullanabilirler. Öğretmenler, öğrencilerin hatalarını, belirlenmiş olan yanlışlarla karşılaştırarak, hataların kökenini daha iyi anlayabilirler.

Ülkemizde gerçekleştirilen araştırmalarda, 9. sınıf matematik öğretim programının birçok konusundaki kavram yanlışları üzerine çalışmalar yapılmıştır, ancak doğal sayılar konusunda herhangi bir araştırma bulunmamaktadır. Bu araştırma, Anadolu türü liselerde eğitim gören ve merkezi yerleştirme sınavlarında yüksek başarı gösteren öğrencilerle gerçekleştirilmiştir. Bu öğrencilerin, matematik konularında yeterlilikleri, bu araştırmanın sonuçları için önemli bir referans teşkil etmektedir.

Matematik ders kitaplarının yazarları, sadece matematik öğretimi ile ilgili değil, aynı zamanda kavram yanlışlarını da göz önünde bulundurarak konuları ele almalıdır. Bu araştırmanın bulguları, 9. sınıf matematik ders kitabı yazarlarına önemli bir rehber sağlayabilir.

Bu araştırma, matematiğin temel konularından biri olan doğal sayılarla ilgili kavram yanlışlarının nasıl ortaya çıktığını ve ne olduğunu anlamaya çalışarak bu konuya yeni bir perspektif sunmayı amaçlamaktadır. Öğretmenlerin, öğrencilerin hangi kavram yanlışlarına sahip olduğunu bilmesi, bu kavram yanlışlarının düzeltilmesine ve önlenmesine yardımcı olabilir. Araştırma sonuçlarının öğretim planları ve programları üzerinde etkisi olması ve öğrencilerin ihtiyaçlarına daha iyi bir şekilde yanıt verilmesi beklenmektedir.

SAYILTILAR

Araştırmanın sayıltıları şunlardır:

Öğrencilerin matematik öğrenimi ile ilgili düşüncelerini belirlemek amacıyla oluşturulan soruların hazırlanmasında uzman görüşleri kullanımı yeterli olmuştur. Bu çalışmada kullanılan ölçme aracı, öğrencilerin matematik öğrenimi ile ilgili düşüncelerini belirleme noktasında yeterli sonuçlar sunmuştur. Araştırmanın ders gözlemi sırasında yapılan video kaydı, öğrencilerin pozitif ya da negatif etkilenmediğini göstermektedir. Araştırmanın görüşme sürecinde öğrenciler, ilgili konuda sahip oldukları bilgi, deneyim ve görüşleri içten ve açık bir şekilde paylaşmışlardır. Veri toplama süreci boyunca öğrenciler arasında herhangi bir etkileşim olmamıştır.

SINIRLILIKLAR

1. Araştırma Şehit Öğretmen Mustafa Gümüş İmam Hatip Ortaokulundaki altıncı sınıf öğrencileri ile,
2. 2023-2024 öğretim yılı dönemi ile,
3. Araştırma sürecinde elde edilen gözlem notları ve çalışma kağıtları ile,
4. Uygulamanın yapıldığı 8 haftalık süre ile sınırlıdır.

TANIMLAR

Doğal Sayı: Sıfırdan başlayarak sonsuzca devam eden pozitif tam sayılardır. İlk doğal sayı sıfırdır ve ardışık doğal sayılar 1, 2, 3, 4, 5, ... şeklinde sıralanır. Doğal sayılar genellikle doğada nesnelere saymak veya sıralamak için kullanılır. Matematiksel sembolü N ile gösterilir.

Üslü Sayı: Bir sayının kendisiyle birlikte çarpılacak olan faktör sayısını temsil eden matematiksel ifadelerdir. Bir üslü sayı, iki bileşenden oluşur: taban ve üs. Taban,

arpma işlemine dahil edilen sayıdır ve s, bu sayının ka kez kendisiyle arpılacağını belirler. rneğin, 3^4 ifadesinde, 3 taban, 4 ise str. Bu ifade "3'n 4.kuvveti" veya "3 ss 4" olarak okunur. sl sayılar matematiksel hesaplamalarda ve bilimsel notasyonda yaygın bir Şekilde kullanılır.

Taban: Bir sayının kuvvet işleminde ka kez arpılacağını belirten sayıdır.

s (Exponent): Tabanın ka kez kendisiyle arpılacağını gsteren sayıdır.

BÖLÜM II

KAVRAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölüm, genel olarak iki alt başlıktan oluşmaktadır: İlgili Alanyazın ve İlgili Araştırmalar.

İLGİLİ ALANYAZIN

Doğal Sayılarla İşlemler

Matematik, basit sayma ve ölçme işlemleriyle toplumun ihtiyaçlarına cevap vermek üzere ortaya çıkmış ve günümüzde özellikle teknoloji ve diğer bilim dallarında önemli bir konumda bulunmaktadır (Işık, Çiltaş ve Bekdemir, 2008). Her birey, günlük yaşamında matematikle bilinçli veya bilinçsiz bir şekilde etkileşimde bulunmakta ve bu bilim dalına ihtiyaç duymaktadır. Öğrencilerin sıkça sorduğu "Matematik bizim ne işimize yarayacak?" sorusunun cevabı aslında oldukça basittir. Öğrencilerin en fazla zaman harcadığı ve yaşamlarının ayrılmaz bir parçası olan bilgisayarların üretiminden, hayatı kolaylaştıran teknolojik cihazların üretimine kadar birçok alanda matematiksel sistemler kullanılmaktadır. Matematik öğrenimi, teknolojinin gelişiminden ekonomik kalkınmaya kadar geniş bir yelpazede önemli bir role sahiptir.

Matematik, sayılarla uğraşılan bir bilim dalıdır (Umay, 2002). Matematik terimi, sayıları çağrıştırmasıyla bu bilim dalının temel amacını yansıtmaktadır. Sayıların evrimini incelemek, matematiğin içsel gelişimini anlamak için önemlidir. Sayıların gelişimi, insanlık tarihinin uzun bir dönemine dayanmaktadır. İlk çağlardan günümüze, sayılar farklı biçimlerde ifade edilmiştir. Mağara insanları ilk çağda, çentikler, düğümler veya çakıl taşları kullanarak sayma işlemleri gerçekleştirmişlerdir. Eski Mısırlılar, ilk çağlarda kullanılan sayı sistemini geliştirmiş ve onluk sayma sistemini benimsemişlerdir. Mezopotamyalılar ise 10 rakamını temel alarak altmış tabanlı bir sayma sistemini benimsemişlerdir. Eski Yunanlılar, Mısırlıların sayı sistemine benzer bir sistem kurmuşlardır. Romalılar, günümüzde hala kullanılan Roma rakamlarını geliştirmişlerdir. Hintliler ise sayı gösteriminde Hint rakamları ve Gubar rakamları olmak üzere iki farklı rakam grubunu kullanmışlardır. 16. yüzyıla kadar rakamlar 9 taneyken sıfırın eklenmesiyle 10 rakam olarak değişmiştir. Günümüzde kullanılan sayı sistemi Hint-Arap sayı sistemi olarak adlandırılır ve temelleri bu şekilde atılmıştır.

Sayıların evrimine dair, öncelikle 1'den 9'a kadar olan rakamların ortaya çıktığı, ardından sıfırın keşfiyle bu parçaların sıfırlarla birleştirildiği gözlemlenmektedir. Bu süreçle birlikte doğal sayılar kümesi oluşmuştur. Ancak sıfırın doğal sayı olup olmadığı konusundaki tartışmalar hala devam etmektedir. Giuseppe Peano ve Julius Wilhelm Richard Dedekind tarafından ortaya konan Peano aksiyomlarından türetilen doğal sayı kümesinin tanımı, sayı sistemlerinin gelişimi ve günümüzdeki formunu almasıyla birlikte daha belirgin hale gelmiştir. Bu sebeple, doğal sayılar konusunun öğretimi de önem kazanmıştır.

Sayıların evrimi, sayılar konusunun öğretiminde değişikliklere yol açmıştır. Geçmişte, sayıların uzun sembollerle gösterilmesi, günümüzdeki daha kullanışlı sayı sembollerinin gelişimine katkıda bulunmuştur. Farklı sayı sistemleri kullanan toplumlar olmasına rağmen, parmak hesabıyla yapılan sayma işlemlerinin sonucunda en çok kullanılan ve günümüzde kabul gören sayı sistemi onluk sayı sistemidir. Doğal sayılarla yapılan işlemler, öğrencilerin okul dönemlerinden itibaren sıkça karşılaştığı bir konudur. Toplama ve çıkarma işlemleri belirli bir yetkinliğe eriştikten sonra çarpma ve bölme işlemleri tamamen korunur. Öğretim programlarında yer alan sayılar ve doğal sayılarla yapılan toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri, tüm sınıf seviyelerine basitten karmaşığa doğru geniş bir yelpazede sunulmuştur. Doğal sayılarla yapılan işlemlere dayalı hesaplamalar, Mısırlılarda sembollerin alt alta yazılması ve bir araya getirilmesiyle gerçekleştirilmiştir. Günümüzde ise onluk taban blokları kullanılarak toplama ve çıkarma işlemleri benzer şekilde gerçekleştirilmekte, bir araya getirme kavramının öğrencilere fark ettirilmesiyle sayarak toplamaları sağlanmaktadır. Ancak çarpma ve bölme işlemleri, Mısırlılarda farklı bir uygulama ile gerçekleştirilmiştir.

Çarpma işlemine dair özellikler şu şekildedir (Akkan ve Baki, 2016; Özdemir, 2019): İşlem önceliği, çok adımlı işlemlerde uyulması gereken işlem sıralamasında ilk olarak üslü ifadenin değeri hesaplanır. İkinci olarak parantez içindeki işlemin değeri bulunur. Üçüncü olarak çarpma ve bölme işlemleri varsa soldan sağa doğru yapılır. Son olarak soldan sağa doğru toplama ve çıkarma işlemleri yapılarak sonuca ulaşılır.

Sınıf düzeyleri ilerledikçe doğal sayılarla işlemlerin özellikleri, üslü ifadeler ve işlem önceliği konuları kazanım olarak karşımıza çıkmaktadır. Öğrenciler, "M.6.1.1.3. Doğal sayılarda ortak çarpan parantezine alma ve dağılma özelliğini uygulamaya yönelik işlemler yapar, M.6.1.1.1. Bir doğal sayının kendisiyle tekrarlı çarpımını üslü ifade olarak yazar ve değerini hesaplar, M.6.1.1.2. İşlem önceliğini dikkate alarak doğal

sayılarla dört işlem yapar" gibi kazanımlarla doğal sayılar ve doğal sayılarla işlemler konularında becerilerini geliştirmektedirler.

Doğal sayılar ve doğal sayılarla işlemler konusunun geçmişten günümüze gelişimine bakıldığında, sembollerden işlemlere kadar sadeleştirmeye gidildiği görülmektedir. Doğal sayılar konusunun öğretimi, ilerleyen yaş dönemlerine doğru karmaşıklaşmakta ve genişlemektedir (MEB, 2018). Çocuklar, okul öncesi dönemlerden itibaren sayı kavramıyla tanışmaktadırlar. Alışveriş, yaş, boy gibi kavramlarla karşılaştıklarında sayılarla etkileşime geçerler. Bu noktadan sonra her sınıf seviyesinde farklı biçimlerde sayılarla karşılaşılır. Doğal sayılar, öğrencilere 1. sınıftan itibaren basit kazanımlarla tanıtılır. Matematiğin tüm konularında olduğu gibi doğal sayılar konusunda da kümülatif bir ilerleme söz konusudur. 1. sınıfta temel olarak toplama ve çıkarma işlemleriyle başlanırken, 2. sınıfta çarpma ve bölme işlemleri eklenir. 3. ve 4. sınıflarda ise doğal sayılarla işlemler, işlem yapılan sayıların basamak sayıları artırılarak öğretilir. Öğrenciler, bu aşamalarda konunun temelini oluşturarak ilerlerler. Ortaokula geçildiğinde ise 5. ve 6. sınıflarda karşımıza çıkan doğal sayılar ve doğal sayılarla işlemler konuları, 7. ve 8. sınıflarda doğal sayıların genişletilmesiyle elde edilmiş daha geniş sayı kümelerine yerini bırakır. Ortaokulun 5. sınıf seviyesinde doğal sayılarla ilgili temel konular öğretilirken, 6. sınıf seviyesinde doğal sayılarla işlemler konusuna yer verilmektedir.

Matematik öğretiminde öğretmenlere, öğrencilerin bireysel farklılıklarını gözetmeleri ve her bir öğrenciyi derse aktif olarak katılım sağlamaya teşvik etmeleri önerilir. Öğrencilerin düşüncelerini sözlü olarak ifade etmeleri, matematiksel kavramları içselleştirmeleri, anlamaları ve yapılandırmaları açısından önemli bir role sahiptir (MEB, 2018). Doğal sayılarla işlemler konusu, matematikteki diğer tüm konuların temelini oluşturduğu gibi öğrenme sürecinde önemli bir yer tutmaktadır. Geçmişten günümüze, çağdaş matematiksel düşüncede doğal sayılar, matematiğin temel yapı taşları olarak kabul edilmektedir. Bu temel kavramların doğru bir şekilde öğrenilmesi, matematikte ilerlemenin anahtarıdır.

Matematik öğretiminde, öğrencilere soyut kavramları somut örneklerle ilişkilendirme fırsatı verilmesi önemlidir. Öğrenciler, günlük yaşamlarındaki deneyimleriyle matematiksel kavramları bağdaştırarak daha iyi anlayabilirler. Örneğin, alışveriş sırasında fiyatlarla, miktarlarla uğraşmak, matematiksel düşüncüyü günlük

yaşamda uygulama fırsatı sunar. Bu tür bağlantılar kurularak matematik, öğrenciler için soyut bir kavram olmaktan çıkarılıp somut bir anlam kazandırılabilir.

Matematik öğretiminde kullanılan öğretim materyalleri ve yöntemlerinin öğrenci merkezli olması da büyük önem taşır. Öğrencilere problem çözme becerileri kazandırmak, eleştirel düşünce geliştirmek ve matematiksel kavramları anlamalarını sağlamak için interaktif öğrenme ortamları oluşturulmalıdır. Matematik öğretiminde görsel materyaller, oyunlar, etkileşimli uygulamalar gibi araçlar kullanılarak öğrencilere aktif katılım sağlanabilir.

Sonuç olarak, doğal sayılarla işlemler konusu matematik öğretiminin temelini oluşturur (Walle, Karp ve Williams, 2013). Bu konunun öğretimi, öğrencilerin matematiksel düşünce becerilerini geliştirmelerini sağlar ve ileri matematik konularına hazırlar. Öğretmenlerin öğrencilere farklı öğrenme stillerine uygun olarak çeşitli öğretim stratejileri kullanmaları, matematikle ilgili olumsuz tutumları ortadan kaldıracaktır ve öğrencilerin matematikle daha olumlu bir ilişki kurmalarına yardımcı olabilir.

Kavram

Türk Dil Kurumu'na göre kavram, zihinde soyut ve genel bir tasarım olarak canlanan bir nesnenin veya düşüncenin ifadesidir. Kavramlar, benzer bilgi, olgu ve düşüncelerin bir araya getirilmesiyle oluşan gruplara verilen ortak addır. Genel olarak, kavram insan zihninde anlam taşıyan, farklı nesnelere ve olguların değişken ortak özelliklerini temsil eden bir bilgi yapısıdır (Ülgen, 2004). Belirli niteliklere sahip olaylar, fikirler ve nesnelere grubuna verilen ortak ad, matematiksel bakış açısıyla değerlendirildiğinde sayı, fonksiyon, denklem, geometrik şekiller, işlemler vb. gibi her biri bir kavram olan öğeleri içerir (Ural, 2007). Kavram, zihinde canlandırılan imgeye verilen bir isimdir ve soyut bir imgeyi somutlaştırmak için kullanılır. Bir kavramı açıklarken genellikle benzer imgeler zihinde canlanırken, zaman zaman farklı imgeler de oluşabilir. Örnek olarak sınıfta tahtaya yazılan bir "V" harfi; bazıları için harf kavramını, bazıları için ise sayı kavramını çağırabilir. Bir çocuğun bir maydanoza "küçük ağaç" demesi, bu bitkiyi ağaç kavramıyla ilişkilendirmesine bir örnektir. Bir nesne, varlık, görülen veya soyut bir şeyin adı verilirken, bu terim o kavramla değil algıyla ilgilidir. Öğrenciler aynı kavramla ilgili farklı zihinsel imgelere sahip olabilirler. Kavramların özellikleri sürekli olarak incelenir ve tanımları yeniden gözden geçirilir. Örneğin atom kavramı tarih boyunca değişiklik göstermiştir.

"Kavram" kelimesinin ne anlama geldiği sorulduğunda, öğrenciler genellikle bir bağlam içindeki anlamını açıklamaya çalışır. Aynı soru akademik ortamlarda tartışıldığında da genellikle sezgisel ifadeler veya açıklamalar ortaya çıkar. Bu durum, kavramın anlamının genellikle yüzeyde kaldığını gösterir (Argün, Arıkan, Bulut, Halıcıoğlu, 2014).

Kavram Öğrenme

Kavram öğrenme, zihinsel bilgi oluşturma, yapılandırma ve organizasyon yoluyla belirli kategorilere ayırarak uyaranları işleme sürecidir (Ülgen, 2004). Literatürde, kavram öğrenmenin üç ana davranışa dayandığı ifade edilmektedir. Bu davranışlar dikkate alındığında: Tanıma: Kavram öğrenmenin temel bir aşaması olarak görülmektedir. Farklılıkları veya uyarandaki farkı tespit etme yeteneği olarak anlaşılabilir. Bir nesne, daha önce tanıdık bir bağlamda yeniden tanındığında soyut bir kavram olarak kabul edilir.

Algılama ve Öğrenme: Hayatımızın başlangıcında, bilmediğimiz nesnelere, onların farklı biçimleri ve özellikleriyle karşılaşırız. Bu çeşitlilikle başa çıkabilmek, tanıma yeteneğimize bağlıdır. Bir öge, daha önce karşılaşıldığı bağlam dışında tanınabilir hale geldiğinde, kavramsal öğrenme seviyesi kazanılmış olur.

Seçici Odaklanma ve Ayırt Etme: Çevremizdeki farklı nesnelere, durumlar, olaylar vb. arasından sadece birine odaklanıp bellekte depolamak, daha sonra benzer özelliklere sahip nesnelere seçme ve tanıma yeteneği sağlar; bu durum benzer şekilde bir nesnenin belirli bir özelliğine de uygulanabilir.

Ülgen (2004), kavram öğrenmeyi süreç ve sonuç olarak iki şekilde ele alabileceğini belirterek şunları ifade etmiştir:

Sonuç Olarak Kavram Öğrenme: Davranışçı yaklaşımı benimseyenlere göre, bireyin gözlenebilir kavramsal davranışlarını içerir. Bu davranışlar arasında, kavramla ilgili bilgiyi sözlü ifade etme (örneğin, "bu bir ağaçtır" sözü), kavramın tanımını yapma, benzerlik ve farklılıklarını ifade etme ve yeni bir kavramla karşılaşıldığında onu kendi ifadeleriyle tanımlama yer alır. Bilişsel yaklaşımı benimseyen eğitimciler içinse bellekte depolanan önceki bilgilerin esnek bir şekilde hatırlanması ve yapılandırılması sürecidir. Kavram öğrenmeyle ilgili davranışlar hemen sonra ifade edilmeyebilir.

Süreç Olarak Kavram Öğrenme: Davranışçı yaklaşımı benimseyenlere göre, birey kavram ve adları arasında bağ kurar. Özelliklerle karşılaşıldığında, hangi kavramın uygulanacağını tahmin etme veya olasılıkları deneme yoluyla belirler.

Rastgele bir kavrama ulaşma olasılığı vardır. Bilişsel yaklaşımı benimseyen eğitimciler içinse, kavramların anlamını kavramak için önce ilgili kavramları ve ilkeleri dikkate alarak anlam ağları oluşturma ve şema geliştirme gereklidir. Bu süreçte, benzerlikler ve farklılıklar, geliştirilen ilkeler ve önermeler doğrultusunda kavramları gruplandırmak yoluyla kavramların geliştirilmesi sağlanır.

Matematik öğrenimi, sadece hazır bilgileri zihine yerleştirmek değil, kavramsal bir yapıyla düşünmeyi içerir. Öğrenci, matematiği anlamaya başladığında başarılı olma eğilimindedir. Kavram bilgisi, kavramı tanıma veya adını bilmekle sınırlı değil; aynı zamanda kavramlar arasındaki ilişkileri ve geçişleri anlayabilmeyi de içerir. Kavram, ilgili gruptaki anlamıyla ilişkilendirildiğinde, ilgili kavrama dair anlam açığa çıkar. Anlam kavram öğrenildiğinde gerçekleşir.

Bir temel matematiksel kavram öğrenildiğinde üç şey meydana gelir. İlk olarak, kavram sezgisel olarak öğrenilir ve daha sonra matematiksel olarak kavranır. Sonra da kavramın sezgisel ve matematiksel yönleri arasındaki ilişki öğrenilir. Bir bireyin bir kavramı öğrendiğini veya anladığını iddia edebilmesi için bu üç aşamanın gerçekleşmesi gerekir (Argün, Arıkan, Bulut, Halıcıoğlu, 2014).

Kavramsal öğrenme yetenekleri olan bir öğrenci, problem çözme ve matematiksel bilgi üretme aşamalarında yaratıcı bir düşünce süreci kullanabilir. Bu tür bir öğrenci, matematik öğrenmeyi sadece öğretmenin sunumunu takip etmek yerine anlamayı tercih eder ve matematiği bir dizi bağlantılı kavram ve düşünce olarak görür. Bu öğrenci, matematiksel kavramları ve düşünceleri kopyalamak yerine kendi anlamını inşa etmeye çalışır. Böyle bir öğrenci, matematiği özümseyerek öğrenmeye ve kendi çözümlerini üretmeye önem verir. Matematiği sadece dışarıdan alınmış bilgiler değil, kendi anlam ve bağlam ağıyla birlikte görür. Kavramları ve düşünceleri dışarıdan taklit etmek yerine, bizzat anlamaya ve içselleştirmeye çalışır.

Kavram Öğrenmenin Aşamaları

Kavram öğrenme, genellikle tesadüfi olarak başlar. Ancak eğitim kurumlarında, kavram öğretimi planlı bir şekilde gerçekleştirilir. Ülgen'e (2004) göre, kavram öğrenme yöntemine bakılmaksızın iki aşamada gerçekleşir. Bu aşamaların ilki kavram oluşturmadır, ikincisi ise kavram kazanmadır.

Kavram Oluşturma: Kavramlar, benzer ve farklı özellikleri algılayarak ve bu özelliklerden genellemeler yaparak oluşturulur. Bu süreç yaşam boyu devam eder,

ancak çocukluk yıllarında daha yoğundur. Bu aşama, tanımsal bilgiyle yakından ilişkilidir ve beceriyle doğrudan bağlantılı değildir.

Kavram Kazanma: Oluşturulan kavramın uygun kurallar ve ölçütlerle sınıflandırılmasını ifade eder. Birey, algıladığı özelliklere ve bu özellikler arasındaki ilişkilere uygun mantıksal kurallar ve ölçütler seçer. Bu kuralları kullanarak kavramın ayrıştırmasını yapar. Bu aşama işlemsel bilgiyle ilgilidir ve belli ilkeler ve kurallar geliştirerek sınıflandırma yapmayı içerir.

Tanımlar matematiğin temelini oluşturur, bu nedenle onları anlamak son derece önemlidir. Ancak, sadece tanımları ezberlemek, kavramları kazanmak için yeterli değildir. Öğretimde kavramları anlamak ve öğrenmek önemli bir unsurdur. Kavramsal öğrenme sürecini tamamlayan öğrenciler daha işlevsel bir şekilde öğrenme gerçekleştirirler. Tabii ki, bu öncesinde belirli kavramların oluşturulması gereklidir. Kavram kazanma aşamasına gelemeyen öğrenci, matematik öğrenmeyi öğretmenin veya ders kitaplarının sonuçlarını elde etmekle eşanlamlı görür. Bu tür öğrenciler genellikle alternatif çözümlere veya düşüncelere yer vermezler.

Geometri anlamak, öğrencilerin bulunduğu anlama seviyesine bağlıdır. Van Hiele'e göre geometrik anlama düzeyleri şunlardır:

- **Görsel Düzey:** Bu aşamada şekillerin görünümü önemlidir. Geometrik özellikler ikinci planda tutulur.
- **Analiz Düzeyi:** Bu düzeyde özellikler ayırt edilmeye başlanır, ancak özellikler arasında ilişki kurma yeteneği gelişmemiştir.
- **Mantıksal Çıkarım Öncesi Düzey:** Tanımlar ve aksiyomlar anlamlı hale gelir, özellikler arasındaki ilişkiler daha net görülür.
- **Mantıksal Çıkarım Düzeyi:** İspat yapma yeteneği gelişir, mantıksal koşullar ve sonuçlar belirlenebilir.
- **En Üst Düzey:** Öğrencinin geometriyi bir matematikçi gibi anlayabildiği ve farklı aksiyomatik sistemlerin farklılıklarını ve benzerliklerini algılayabildiği görülür.

Kavram Öğrenmenin Sınırlılıkları

Kavramların öğrenilmesi, öğrenenin, öğretmenin ve öğretim ortamının etkisi altındadır. Koşullar yeterli veya uygun değilse, kavram öğrenme süreci gerçekleşmeyebilir veya eksik kalabilir. Ülgen (2004), kavram öğrenme kısıtlamalarını üç ana başlık altında incelemiştir.

Önceden Bilgi: Öğrenciler, yeni bir kavram oluşturmak için önceden edindikleri kavramları ölçüt olarak kullanırlar. Ancak bu ölçütlerdeki hatalar, öğrenmeyi sınırlayabilir. Öğrencilerin boş bir zihinle gelmedikleri bilinmektedir. Yeni kavramları öğretmeye çalışırken önceden sahip oldukları kavramları göz ardı etmek, öğrencinin kavramları ayırt etmesini veya yeni kavramı öğrenmesini zorlaştırabilir ve bu hataların ileride düzeltilmesi zor olabilir.

Kavram Karışıklığı: Bu, çok sayıda olay veya sözcüğün benzerlik nedeniyle karmaşık hale geldiği durumu ifade eder. Bir kavram için birden fazla terim kullanılabilir veya aynı terim birden fazla kavramı ifade edebilir. Terim sayısı veya anlamı yüksekse, kavramların karışıklığı artar.

Öğretim Ortamının Sınırlılığı: Genellikle okullarda, kavram öğretimi anlatım veya sunum yoluyla gerçekleştirilir. Öğrenciler bazen verilen kavramları sadece ezberlerler. Bu durum, öğrencilerin bilgiler arasında ilişki kurma yeteneklerini geliştirememelerine ve bilgileri düzenleyememelerine neden olur.

Ülgen (2004), öğretmenlerin kavram öğrenme sürecinde kendilerine bazı sorular sormalarının gerektiğini belirtmiştir. Öğretmen, öğrenciyi tanıyıp tanımadığını, kavramı yapısal bir bütünlük içinde analiz edip etmediğini, uygun malzemeler ve örnekler hazırlayıp hazırlamadığını, öğrencilere örnekleri etkili bir şekilde sunduğunu, öğrencilerle iletişim kurma ve etkileşimde bulunma yeteneğini, öğrencilerin başarısını destekleyebilme yeteneğini, kavramları birbirine bağlama becerisini, öğrencilerin öğrenme sorumluluğunu farkında olmasını sağlayıp sağlayamadığını sorgulayarak, öğrenme sürecini ve öğrenci başarısını artırabilir. Öğretmen, öğretim yöntemlerini ve sınıf yönetimini değerlendirerek, kavramların öğrenilmesine engel olabilecek faktörleri ortadan kaldırabilir.

Kavram yanılması

Kavramın Hatalı Anlaşılması: Kavramın yanılması, öğrencilerin kişisel olarak yanılılı anlamalarını yansıtabilir. Ancak, kavramın eksik bilgi ile karıştırılmaması önemlidir. Kavram yanılması, bir kavramın doğru yerine oturmasını ifade ederken, bilimsel olarak tanımından sapması anlamına gelir. Eğer öğrenci, hatalarının nedenini ve sebebini açıklayabiliyorsa, bu durumda kavram yanılması söz konusu olabilir (Ural, 2017). Planlı bir şekilde hatalı sonuçlara yol açan bir algı biçimidir. Fark edileceği üzere, basit hatalardan çok, sistemli olarak hatalı sonuçlara sebep olan bir algı biçimi olarak tanımlanmıştır. Kavram yanılması terimi, genellikle uzmanların üzerinde anlaşıldığı

görüştten sapmış olan bir algı veya kavrayışı ifade etmek üzere kullanılır (Zembar, 2008). Matematiksel kavram yanılması, bir öğrencinin uzun bir süredir doğru kabul ettiği, birden fazla durumda ortaya çıkan, değişmez ve matematiksel gerçeklerle uyuşmayan kavramları ifade eder. Kavram yanılmaları, özelliklerine göre sınıflandırılabilir. Ural (2017), bunları aşırı genelleme, aşırı özelleme ve sınırlı algılama olarak 3 kategoride sınıflandırırken, Graeber ve Johnson (1991), bununla birlikte yanlış çeviri kategorisine de yer vermiştir.

Aşırı Genelleme: Belirli bir kavram, kural veya prensibin, diğer durumlarda da geçerli olduğu yanılısına kapılmaktır (Zembar, 2008). Örneğin, matematikte bir "d" değişkenini ele alalım. Öğrenci, "-d" ifadesini negatif olarak yorumlar. Bu, değişkenin önünde bulunan negatif işaretin sayıyı negatif yapacağı algısından kaynaklanır. Öğrenci, bu kuralı pozitif tam sayılar yerine tüm sayılar için doğru kabul eder. Ayrıca, $\sqrt{16}$ sayısının kök içinde yer almasının nedeniyle irrasyonel sayı olarak algılanması da bir aşırı genelleme örneğidir.

Aşırı Özelleme: Belirli bir kavram, kural veya prensibe sınırlı bir özellik atfetmek ve bu özellik nedeniyle diğer durumları dışlamaktır (Zembar, 2008). Örneğin, öğrencinin "5" sayısını rasyonel sayı olarak kabul etmemesi bir aşırı özelleme örneğidir. Öğrenci, bu sayının "c/d" şeklinde yazılmamasından dolayı rasyonel olmadığını düşünür.

Sınırlı Algılama: Bir kavramı eksik veya zayıf bir şekilde anlamak, bu kavramın sınırlı bir şekilde algılanmasına yol açar (Zembar, 2008).

Yanlış Tercüme: İşlemler, formüller, semboller, tablolar, grafikler ve cümleler gibi farklı biçimler arasında yapılan sistemli hatalar zincirine yanlış tercüme denir (Zembar, 2008). Örneğin, öğrencinin bir problemdeki "x sayısının 3 katı, y sayısının 4 katına eşittir" ifadesini " $3x=4y$ " şeklinde yazması veya $x=3k$ ve $y=4k$ gibi düşünmesi yanlış tercüme örneği olabilir.

Bu tür sınıflandırmalar, matematiksel kavram yanılmalarını daha iyi anlamamıza yardımcı olabilir.

Kavram Yanılmalarının Nedenleri

Kavram Yanılmalarının Oluşum Nedenlerine İncelemek: Oluşan kavram yanılmalarının nedenlerine odaklanılmalıdır. Sebep anlaşılmadan sorunun çözümü zor olabilir. Algı - kavram yanılması - hata üçlüsünün oluşumunun potansiyel nedenleri de vardır. Zembar'ın (2008) ifadesine göre; matematiksel bilginin üç farklı türünü öne

sürmüş ve kavram yanlışlarının oluşum nedenini bu üç farklı tür arasındaki tutarsızlığa bağlamıştır. Bu türler, biçimsel bilgi (bir bilginin tanımını bilmek), algoritmik bilgi (bir bilginin veya kuralın nasıl çalıştığını, adımlarını bilmek) ve sezgisel bilgi (matematiksel fikirlerle ilgili temel düşünceler) olarak sıralanmıştır.

Kavram Yanılgısı Yalnızca Hatanın Sahibine Bağlı Değildir: Kavram yanılgısı sadece hatayı yapan kişiye değil, öğrenenin algılarına dayalı olarak da ortaya çıkabilir; ancak öğretmen, bu nedenle öğrenciyi suçlamamalıdır. Literatürde, kavram yanlışlarının nedenleri genellikle üç ana başlık altında incelenmiştir. Bu nedenler şunlardır:

1. **Epistemolojik Nedenler:** Öğrenciler, matematiksel kavramların doğasından veya özelliklerinden kaynaklanan zorluklarla karşılaşabilir ve bu da bazı kavram yanlışlarının oluşmasına yol açabilir (Ural, 2017). Kavram yanlışlarının epistemolojik nedenleri, bir kavramın tarih boyunca nasıl geliştiğine dair bilimsel geçmişi ve bilim insanlarının bu konuda yaşadığı güçlükleri yansıtabilir.

2. **Psikolojik Nedenler:** Kavram yanlışlarının psikolojik nedenleri, kişisel gelişimle ilişkilendirilen biyolojik, bilişsel ve duygusal boyutları içerir. Öğrencinin kavrama yeteneği, becerisi, öğrenilenin öğretildiği dönemdeki gelişim aşaması, önceki bilgi düzeyi ve hazır bulunuşluk seviyesi gibi etkenler, öğrencinin yeni bir kavramı öğrenme şeklini etkileyebilir (Ural, 2017).

Matematiksel Kavramlar Birikimlidir: Çünkü matematiksel kavramlar birikimli bir yapıya sahiptir. Bu nedenle, öğrencinin yeni bir kavramı öğrenirken önceki bilgilerinde kavram yanılgısı bulunması, yeni kavramda da aynı kavram yanlışının oluşmasına neden olabilir. Ayrıca, öğretmenin kendi zihninde belirli bir kavram hakkında yanlış bir tanım veya yapılandırma yapması da psikolojik nedenlerle ilişkilendirilebilir. Örneğin, ilkökul düzeyinde çarpma işlemiyle ilgili deneyimler sonucunda "çarpma işleminin sonucu her zaman çarpan veya çarpılandan büyük olur" şeklinde aşırı genelleme içeren bir anlayış hatalıdır. Öğrencilerin günlük yaşamlarından bildikleri bazı kavramların matematiksel alandaki farklı anlamlarının olması da bir neden olarak görülebilir. 10-14 yaş arasındaki öğrencilerle yaptığı sonsuzluk kavramına dair çalışma, öğrencilerin sezgisel anlayışlarının sonsuzluğun adlandırılmasında ne kadar belirleyici olduğunu göstermektedir. Öğrenciler, sonsuzluğu sürekli artan, çok büyük, sınırsız ve sayılabilir bir kavram olarak ifade etmiştir. Bu tür aşırı genelleme içeren kavrayışlar, kavram yanlışlarının örneklerini oluşturabilir.

3. Pedagojik Nedenler: Pedagojik nedenler, öğretmenin alan bilgisi, pedagojik alan bilgisi ve öğretme becerileri ile ilgili olabilir (Ural, 2017). Öğretim modelleri, bu modellerin uygulanması, öğretmenlerin kullandığı metaforlar ve analogiler, ders kitapları, konu sıralaması gibi faktörler, kavram yanlışlarının pedagojik nedenleri olarak düşünülebilir.

Bu durum, kavram yanlışlarının kökenini kavramın kendisinden, öğrenenden, öğretenden, öğretim materyallerinden veya öğretim yöntemlerinden alabileceğini göstermektedir.

Kavram Yanlışları Nasıl Giderilebilir?

Kavram Yanlışlarının Düzeltiminde Eğitimcilerin Rolü: Kavram yanlışlarının düzeltilmesinde en büyük etken öğretmenlerdir. Kavram yanlışları ortaya çıkmadan önce, öğretmenler bu yanlışların özellikle görülebileceği alanlarda uygun öğretim stratejileri seçmeye özen göstermelidir. Mevcut bir kavram yanlışını düzeltmek için öğretmenin iki ana yaklaşımı vardır. Birincisi, doğrudan açıklamayla düzeltmektir. Ancak bu yöntem her zaman istenilen düzeyde başarı getirmeyebilir. İkincisi, öğrencinin sistematik bir şekilde çalışarak soyutlama yapmasını teşvik etmektir, çünkü bu yaklaşım yanlışın düzeltilmesinde daha etkili olabilir.

Eğitimcilerin veya öğretmenlerin odaklanması gereken, sadece kavram yanlışının kendisi değil, yanlışın nedenleridir. Yanlışın temel kaynağını araştırmalı, derinlemesine inceleme yaparak analiz etmeli ve bu çerçevede çözüm yolları belirlemelidirler.

Kavram Yanlıgısı Tespit Edildiğinde: Bir öğrencinin kavram yanlışını tespit edildiğinde, öğrenci bu yanlış ile yüzleştirilmelidir. Ancak, öğrenciye doğrudan "yanlışsın" demek yerine, bu uyumsuzluğu öğrenciyle bir araya gelerek ve öğrencinin kendi fikirleri üzerinden tartışarak çözmek ve doğruyu görmesini sağlamak daha uygun olacaktır.

Öğretim Sürecinde Dikkate Alınması Gerekenler: Bir kavramı öğretmeye başlamadan önce, öğrencinin zaten sahip olduğu bilgileri göz ardı etmemek önemlidir. Öğrencinin kavram hakkında önceden sahip olduğu fikirlerin, öğretilecek kavram ile uyumlu veya uyumsuz olup olmadığına dikkat etmek gerekir. Kavram öğretimine uygun koşullar sağlandıktan sonra, yanlışın düzeltilip düzeltilmediği kontrol edilmelidir.

Kavram Haritaları Kullanımı: Kavram haritaları, öğrenme teorileri ile insanların öğrenme süreçlerini bağlayan öğretim stratejileri olarak kullanılır. Kavram haritaları,

daha büyük bir kavramı ve onun altındaki alt kavramları ilişkilendiren iki boyutlu şemalardır. Çoğu insan, mevcut bilgisini kullanmadan yeni bilgiyi anlamaya çalışır, bu da anlamlı öğrenmenin önüne geçer. Öğrenci, eski bilgileri ile yeni öğrenilecek bilgi arasında bağ kurarak, yeni bilgiyi eski bilgileriyle ilişkilendirmelidir. Çünkü öğrenilecek yeni bilgi, öğrencinin zaten sahip olduğu bilgilerden ayrı düşünülemez. Bu nedenle kavram haritaları, öğrencinin zihnindeki kavramları somutlaştırabilir, kavramları tanımasını ve ayırt etmesini sağlayabilir, dolayısıyla kavram yanlışlarının önüne geçebilir veya bu yanlışların düzeltilmesine yardımcı olabilir.

Kavramsal Değişim Yaklaşımı: Kavramsal değişim yaklaşımı, öğrencilerin fikirlerini değiştirmeleri gerektiğinde, mevcut bilgilerinden hoşnutsuz olmaları gerektiğini önerir. Yeni fikirler, daha iyi açıklama ve anlaşılabilirlik sunmalı, sorunlara çözüm getirmeli, diğer fikirlerle uyumlu olmalı, inanılır olmalı, yeni anlayışlara rehberlik etmeli ve yeni keşiflere imkan sağlamalıdır. Öğretim stratejileri arasında kavramsal değişim metinlerinin kullanımı önemli bir role sahiptir. Bu metinler içinde, öğrencilerin tespit edilen kavram yanlışları önce sunulur, daha sonra bu yanlışlar bilimsel açıklamalarla desteklenerek açıklanır. Bu yaklaşım, öğrencilerin yanlışlarını fark etmelerine ve bu yanlışları düzeltmelerine yardımcı olabilir.

Kavram Yanlışlarından Kaynaklanan Zorluklar: Kavram yanlışları, öğrencinin zihninde kavramları oluşturma ve yapılandırma süreçlerindeki hatalardan kaynaklanır. Bu zorluklar, öğrencinin kavramları oluştururken yaptığı aşırı genelleme, aşırı özelleme, kısıtlı algılama veya yanlış tercüme gibi hatalarla ilgilidir. Öğrencinin kavram yanlışlarına düşmesinin sebepleri, epistemolojik, psikolojik ve pedagojik faktörlerden kaynaklanabilir.

Epistemolojik Faktörler: Öğrenciler, matematiksel kavramların doğasından veya özelliklerinden kaynaklı olarak zorlanabilirler. Bir kavramın tarihsel gelişimi sürecindeki güçlükler veya ayrı düşmeler, epistemolojik nedenler olarak kavram yanlışlarını tetikleyebilir.

Psikolojik Faktörler: Öğrencilerin kavram yanlışları, biyolojik, bilişsel ve duyuşsal boyutları içeren kişisel gelişimle de ilgili olabilir. Öğrencinin kavrama yeteneği, öğrenilenin öğretildiği dönemdeki gelişim aşaması, önceki bilgi düzeyi gibi faktörler, öğrencinin kavram yanlışlarını etkileyebilir.

Pedagojik Faktörler: Öğretmenin alan bilgisi ve öğretim becerileri, öğrencilerin kavram yanlışlarına yol açabilecek pedagojik nedenler olabilir. Öğretim modelleri,

kullanılan öğretim materyali, öğrenciye sunulan örnekler, ders kitapları gibi unsurlar, kavram yanlışlarının oluşumunu etkileyebilir.

Sonuç olarak, kavram yanlışları öğrenme sürecinde karşılaşılan yaygın zorluklardır. Öğretmenlerin bu yanlışları düzeltme konusundaki rolü büyüktür. Eğitimciler, öğrencilerin zihinsel süreçlerini anlamalı, onların yanlışlarının nedenlerini araştırmalı ve uygun öğretim stratejileriyle bu yanlışların düzeltilmesine yardımcı olmalıdır. Kavram haritaları ve kavramsal değişim yaklaşımı gibi yöntemler, öğrencilerin kavramları daha iyi anlamalarına ve yanlışları düzeltmelerine yardımcı olabilir.

İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı'nda gerçekleştirilen bir araştırmada 47 öğrenciye, Genel Matematik dersi içinde işlemsel ve kavramsal öğrenmeyi değerlendiren sorular sordu. Hangi tür öğrenmeyi (işlemsel veya kavramsal) ölçtüğünü belirlemek için literatür incelemesi sonucunda bir karakterizasyon ölçeği geliştirildi. Araştırma sonuçlarına göre, öğrenciler işlemsel öğrenmeyi ölçen sorularda daha başarılıydılar. Başka bir araştırmada, 100 eğitim fakültesi öğrencisine 10 açık uçlu sorudan oluşan bir test uyguladı. Sorular, işlemsel bilgi gerektirenlerde %73,6 başarı oranına sahipken kavramsal bilgi gerektirenlerde ise %17 başarı oranı elde edildi.

Cebir öğretimi sırasında yapılan hataları ve yanlışları tespit etmek amacıyla 328 5. sınıf ve 290 7. sınıf öğrencisine bir teşhis testi uyguladı. Elde edilen sonuçlar, öğrencilerin parantez kullanımı, problemleri anlama ve ifade etme, harfli ifadelerin anlamı, sayılarla harfli ifadelerin toplama, çıkarma ve çarpma konuları, harfli ifadelerdeki değişme, birleşme, dağılma özelliklerini uygulama, harfli ifadelerin sıralanması, günlük hayatta karşılaşılan problemleri anlama, sözlü ifade etme, problem çözme basamaklarında ciddi yanlışlıklar ve yanlışlar içerdiğini gösterdi.

9. sınıf öğrencilerle yapılan çalışmada doğal sayılar konusundaki kavram yanlışlarını ve bu yanlışların cinsiyete göre değişimini incelenmiştir. Üslü ifadelerle ait özellikler, taban aritmetiği, asal sayılar, aralarında asal sayılar, bir doğal sayıyı asal çarpanlarına ayırma, bir doğal sayının pozitif bölenlerinin sayısı ve faktöriyel konularında pek çok hata ve kavram yanlışlarının olduğunu belirlemiş ve cinsiyete göre farklılık olmadığı sonucuna ulaşmıştır.

3. sınıf öğrencilerle yapılan çalışmada doğal sayılarla işlemler konusundaki öğretiminde oyunla öğretimin öğrencilerin erişim düzeyine etkisini araştırılmış. Kendi geliştirdikleri erişim testini uygulayarak elde ettikleri verilerin analizi sonucunda, oyunla öğretimin, geleneksel öğretim yöntemine göre öğrencilerin erişim düzeylerini daha fazla geliştirdiği sonucuna varılmıştır.

Karikatürlerle yapılan öğretimin 6. sınıf öğrencilerinin doğal sayılar öğrenme alanındaki akademik başarılarına ve tutumlarına etkisi incelenmiştir. Yapılan analizler sonucunda, karikatürlerle öğretimin gruplar arasında akademik başarı ve tutum farkı yaratmadığı tespit edilmiştir.

Doğal sayılarda işlemler konusunun öğretiminde matematiksel modelleme yönteminin öğrenci başarısına etkisini incelenmiştir. Deney grubu öğrencilerinin daha başarılı olduğu ve görüş anketine verdikleri cevaplardan dersin daha eğlenceli, konuların daha kalıcı olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

5.sınıf doğal sayılarla işlemler konusunda yapılan çalışmada matematiksel modelleme yöntemiyle öğretilmesinin öğrenci başarısına etkisi belirlenmiştir. Analiz sonuçları, matematiksel modelleme kullanılarak işlenen dersin başarısının daha yüksek olduğunu ve öğrencilerin eğlenceli bir şekilde öğrendiklerini göstermiştir.

2-5. sınıflar matematik öğretim programının çarpma alt öğrenme alanındaki kazanımlara öğrencilerin erişim düzeylerini inceledikleri bir çalışma yapılmış. Sonuçlar, 2., 4. ve 5. sınıf kazanımlarının erişilemeyen, 3. sınıf kazanımlarının ise erişilebilir olduğunu göstermiştir.

Eşitlik kavramının farklı bağlamlardaki anlamlarını araştırmak amacıyla ilköğretim matematik öğretmenliği programının 1. 2. ve 3. sınıf öğrencileriyle bir çalışma yapıldı. Öğrencilere 38 farklı ifade içeren bir sayfa dağıtıldı ve bu ifadeleri farklı bağlamlarda kullanılan eşitlikler şeklinde sınıflandırmaları istendi. Öğrencilerin, eşittir işaretinin kullanıldığı bağlama göre sınıflandırmada etkilendiği bulundu.

1998 yılında yapılan çalışmada önlisans öğrencilerinin üslü sayılarla ilgili güçlüklerini ve hatalarını belirlemek amacıyla bir çalışma yürütüldü. Araştırma sonuçları, öğrencilerin birçok yanlış anlamı içerdiğini gösterdi. Öğrenciler, üslü sayıları sayı doğrusuna yerleştiremeyebilir, sayının sıfırıncı kuvvetini anlayamayabilir ve bir tam sayının sıfırıncı kuvvetinin kendisine eşit olduğunu düşünebilir. Ayrıca, $(-a)^n$ ile $-a^n$ ifadelerinin ifadelerini aynı olarak algılayabilirler. Negatif üslü sayılarla ilgili de çeşitli hatalar yapabilirler. Örneğin, bir sayının üssündeki negatif işareti, taban sayısında

bulunan eksi işareti gibi algılayabilirler. Bazı öğrenciler, negatif üslü bir tam sayıyı ondalık kesir biçiminde yanlış bir şekilde ifade edebilirler. Öğrenciler aynı zamanda n^x ve x^n ifadelerini karıştırabilirler. Araştırmanın diğer sonuçları arasında, öğrencilerin bir sayının üssünü hesaplayarak, üslerin pozitif olduğu durumda bile tabanları eklemeye çalışmaları ve negatif üslü sayıların değerini bulurken yanlış hesaplamalar yapmaları da bulunmaktadır.

1984 ve 1982 yılında yapılan çalışmada öğrencilerin alt alta çıkarma işlemi sırasında değişme özelliğini yanlış uyguladıklarını tespit etmişlerdir. 1978 yılında yapılan çalışmadaysa öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemlerindeki hataları incelemiştir. Bu araştırma, öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemleri sırasında yaptıkları en sık hataları on beş kategoriye ayırmıştır. Öğrencilerin sütunları bağımsız olarak düşünmemesi, toplama işleminin özelliklerini çıkarma işleminde yanlış uygulaması ve sıfıra basamak değeri atamama gibi hatalar bu kategorilere dahildir.

Türkiye ve yurtdışındaki araştırmalar, ilkokuldan liseye kadar birçok öğrencinin matematikte sayı kümeleri, basamak değeri, üslü ifadeler gibi temel kavramlarla ilgili güçlükler yaşadığını ve yanlış anlamalar taşıdığını göstermektedir.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Araştırmanın bu bölümünde araştırma modeli, araştırma modeline göre evren-örneklem veya çalışma grubu, veri toplama araçları, veri toplama süreci ve verilerin analizi hakkında bilgiler verilmiştir.

ARAŞTIRMA MODELİ

Bu çalışmanın amacı, kavramsal yanlışların ne kadar yaygın olduğunu ve bu yanlışların hangi hatalardan ve düşünce tarzlarından kaynaklandığını saptamak üzere bir araştırma yürütülmüştür. Bu hedefi gerçekleştirmek için tarama modeli benimsenmiştir. Nicel veriler detaylı bir şekilde incelenmiştir. Açık uçlu sorulara verilen cevaplar ve bu cevapların kökenleri, nitel veri çıkartma amacıyla dikkatlice analiz edilmiştir. Aynı zamanda, bazı öğrenci yanıtları örnek olarak sunularak konuyu daha somut bir hale getirmiştir.

EVREN VE ÖRNEKLEM

Marmara bölgesinde yer alan bir ildeki devlet okulunda, Millî Eğitim Bakanlığı'na bağlı bir ortaokulda araştırma gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmanın katılımcıları, 6. sınıf düzeyinde yer alan öğrencilerden oluşmaktadır. Okulda toplamda dört adet 6. sınıf bulunmaktadır. Bu dört sınıfın birinci dönem not ortalamaları göz önüne alınmış ve bu ortalamalar temel alınarak sıralama yapılmıştır. Sıralamaya göre, 2. ve 3. sıradaki sınıflar çalışmanın içine alınmıştır. İlgili sınıfların not ortalamaları, 100 üzerinden 50 ile 70 arasında değiştiği gözlenmiştir. Araştırmaya dahil edilen 40 öğrencinin yarısı kız, diğer yarısı ise erkek öğrencilerden oluşmaktadır. Bu öğrencilerin 20'si B şubesinde, diğer 20'si ise D şubesinde yer almaktadır. Bu öğrenci grubu, araştırmanın kolayca ulaşılabilir bir örneklemini oluşturmuştur.

VERİ TOPLAMA ARAÇLARI

"Doğal sayılarla işlemler" konusundaki kavramsal hataların ve yanlışların belirlenmesi amacıyla, ortaokul 6. sınıf öğrencileri için geliştirilen veri toplama aracı, kapsam geçerliliği gözetilerek hazırlanmıştır. Konunun uzmanı matematik ve sınıf öğretmenlerinin görüşleri ve Millî Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu tarafından onaylanan 6. sınıf matematik ders kitaplarından ilham alınarak açık uçlu sorular oluşturulmuştur. Veri toplama aracının geliştirilme sürecinde, 6. sınıf müfredatında yer alan "Sayılar ve İşlemler" öğrenme alanının "Doğal Sayılarla İşlemler" alt öğrenme alanındaki hedefler göz önünde bulundurulmuştur.

VERİ TOPLAMA SÜRECİ

Veri toplama aracı araştırmacı tarafından belirlenen okulda Kasım 2023 tarihinde İstanbul'da uygulanmıştır. Araştırmacı tarafından İstanbul'da bir devlet okulunda 6.sınıf öğrencilerinden veriler toplanmıştır. Sorular açık uçlu şekilde sorulmuştur. Soruları cevaplamaları için öğrencilere bir ders saati süre verilmiştir. Uygulama bireysel olarak yapılmıştır. Verilerin toplanması 2 hafta kadar sürmüştür.

VERİLERİN ANALİZİ

Bu çalışmada öğrencilerin açık uçlu sorulara verdikleri yanıtlar, içerik analizi yöntemi kullanılarak dikkatlice incelenmiştir. Bu yanıtların içindeki öğrenci hataları ve kavramsal yanlışlar detaylı bir şekilde değerlendirilmiş, ortak hatalar ve yanlışlar ile bu hataların muhtemel nedenleri araştırılmıştır. Öğrenciler, A1, A2, A3, ... gibi kodlarla belirlenmiştir. Araştırma kapsamında her bir soru için doğru ve yanlış ifadeler sayılarak, frekans ve yüzde değerleri hesaplanmıştır. Öğrencilerin yanıtlarında belirledikleri sebepler, düşünce süreçlerini ve amaçlarını anlamak adına büyük önem taşımaktadır. Sebep belirtilmeyen cevaplar ise sadece doğru veya yanlış olarak değerlendirilmiştir.

BÖLÜM IV

BULGULAR VE YORUMLAR

Bu bölümde, altıncı sınıf öğrencilerinin tespit testi sorularına verdikleri yanıtların analizi yapılmıştır. Elde edilen veriler içerik analizi yöntemiyle incelenmiştir. Araştırmanın amacına uygun olarak, her sorunun bulguları yüzde-frekans değerleri grafikleriyle sunulmuştur. Araştırmada kullanılan tespit testi, kırk öğrenciye uygulanmış ve her öğrencinin yanıtları titizlikle kontrol edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin yanıtlarına sundukları gerekçeler de dikkate alınmıştır. Verilen yanıtların frekansı ve yüzdesi hesaplanarak grafiklerle görselleştirilmiştir. Her soru için elde edilen bulgular ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır. Öğrencilerin verdiği cevaplar ve boş bıraktıkları soruları örneklemek amacıyla bir tablo kullanılarak görsel olarak sunulmuştur. Testteki yanıtlarda tespit edilen hatalar, sınıf içi ve süreç içi hatalarla benzerlik göstermektedir. Bu nedenle bu hatalar, birer yanlış olarak tanımlanmıştır.

Testin 1. Soruya İlişkin Bulgular:

Testin 1. sorusu, “Doğal Sayılar” konusu kapsamında yer almaktadır. 40 öğrenciden 18 i doğru, 8 i yanlış cevaplamış, 14 ü boş bırakmıştır. 3 öğrenci işlemin sırasını karıştırmıştır. 5 öğrenci de parantez olarak belirlediği yerde hata yapmıştır.

	DOĞRU	YANLIŞ	BOŞ
Frekans	18	8	14
Yüzde	45	20	35

Tablo 1: Testin 1. sorusunun analizi

	ÖĞRENCİLERİN YANITLARI	FREKANS	%
BOŞ	<p>1) 12 sayının üç katının beş fazlası kaçtır?</p> <p>Yukarıda verilen sözel ifadeye uygun işlemi yazarak sonucu bulunuz.</p>	14	35
DOĞRU	<p>1) 12 sayının üç katının beş fazlası kaçtır?</p> <p>Yukarıda verilen sözel ifadeye uygun işlemi yazarak sonucu bulunuz.</p> <p>$12 \cdot 3 + 5 = 36 + 5 = 41$</p>	18	45
YANLIŞ	<p>1) 12 sayının üç katının beş fazlası kaçtır?</p> <p>Yukarıda verilen sözel ifadeye uygun işlemi yazarak sonucu bulunuz.</p> <p>$12 + 3 \cdot 5$</p>	3	7,5
	<p>1) 12 sayının üç katının beş fazlası kaçtır?</p> <p>Yukarıda verilen sözel ifadeye uygun işlemi yazarak sonucu bulunuz.</p> <p>$12 \cdot (3 + 5)$</p>	5	12,5

Testin 2. Soruya İlişkin Bulgular:

Testin 2. sorusu, “Doğal Sayılar” konusu kapsamında yer almaktadır. 40 öğrenciden 18 i doğru, 17 si yanlış cevaplamış, 5 i boş bırakmıştır. 4 öğrenci işlem sırasını karıştırıp yanlış yapmıştır. 13 öğrenciyse parantez koymadığından işlem önceliğinden önce çarpma işlemi yapmıştır.

	DOĞRU	YANLIŞ	BOŞ
Frekans	18	17	5
Yüzde	45	42,5	12,5

	ÖĞRENCİLERİN YANITLARI	FREKANS	%
BOŞ	<p>2) 12 sayısının beş fazlasının üç katı kaçtır?</p> <p>Yukarıda verilen sözel ifadeye uygun işlemi yazarak sonucu bulunuz.</p>	5	12,5
DOĞRU	<p>2) 12 sayısının beş fazlasının üç katı kaçtır?</p> <p>Yukarıda verilen sözel ifadeye uygun işlemi yazarak sonucu bulunuz.</p> <p>$(12+5).3$</p>	18	45
YANLIŞ	<p>2) 12 sayısının beş fazlasının üç katı kaçtır?</p> <p>Yukarıda verilen sözel ifadeye uygun işlemi yazarak sonucu bulunuz.</p> <p>$12.3+5=36+5=41$</p>	4	10
	<p>2) 12 sayısının beş fazlasının üç katı kaçtır?</p> <p>Yukarıda verilen sözel ifadeye uygun işlemi yazarak sonucu bulunuz.</p> <p>$(12+5).3=15+12=27$</p>	13	32,5

Tablo: 2 Testin 2. sorusunun analizi

Testin 3. Soruya İlişkin Bulgular:

Testin 3. sorusu, “Üslü Sayılar” konusu kapsamında yer almaktadır. 40 öğrenciden 1 i doğru, 30 si yanlış cevaplamış, 9 u boş bırakmıştır. 10 öğrenci, üs ve taban kavramlarını karıştırma hatasına düşmüş, bu durum, bu kavramları yanlış bir şekilde anladıklarını işaret etmektedir. Bunun yanı sıra, yirmi öğrenci, üslü sayıların tanımını bilmeyerek, üs sayısını taban kadar çarpması gerektiği yerine toplamıştır.

	DOĞRU	YANLIŞ	BOŞ
Frekans	1	30	9
Yüzde	2,5	75	22,5

Tablo: 3 Testin 3. sorusunun analizi

	ÖĞRENCİLERİN YANITLARI	FREKANS	%
BOŞ	<p>3) Aşağıdaki üslü ifadeleri okuyup değerini yazınız.</p> <p>a) 6^2</p> <p>b) 3^4</p> <p>c) 5^3</p> <p>d) 2^5</p> <p>e) 4^3</p>	9	22,5
DOĞRU	<p>3) Aşağıdaki üslü ifadeleri okuyup değerini yazınız.</p> <p>a) $6^2 = 6 \cdot 6 = 36$</p> <p>b) $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$</p> <p>c) $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$</p> <p>d) $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$</p> <p>e) $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$</p>	1	2,5
YANLIŞ	<p>3) Aşağıdaki üslü ifadeleri okuyup değerini yazınız.</p> <p>a) $6^2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$ 2 üssü 6</p> <p>b) $3^4 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ 4 üssü 3</p> <p>c) $5^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$ 3 üssü 5</p> <p>d) $2^5 = 5 \cdot 5 = 25$ 5 üssü 2</p> <p>e) $4^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$ 3 üssü 4</p>	10	25
	<p>3) Aşağıdaki üslü ifadeleri okuyup değerini yazınız.</p> <p>a) $6^2 = 6 + 6 = 12$ 6 kere 2</p> <p>b) $3^4 = 3 + 3 + 3 + 3 = 12$ 3 kere 4</p> <p>c) $5^3 = 5 + 5 + 5 = 15$ 5 kere 3</p> <p>d) $2^5 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$ 2 kere 5</p> <p>e) $4^3 = 4 + 4 + 4 = 12$ 4 kere 3</p>	20	50

Testin 4. Soruya İlişkin Bulgular:

Testin 4. sorusu, “Üslü Sayılar” konusu kapsamında yer almaktadır. 40 öğrenciden 7 si doğru, 17 si yanlış cevaplamış, 16 sı boş bırakmıştır. 5 öğrenci, üs ve taban kavramlarını 3. soruda olduğu gibi karıştırarak cevaplarını hatalı bir şekilde bulmuştur. 12 öğrenci, üslü sayıların tanımını bilmemeleri sebebiyle üs sayısını taban kadar çarpmak yerine toplamıştır.

	DOĞRU	YANLIŞ	BOŞ
Frekans	7	17	16
Yüzde	17,5	42,5	40

	ÖĞRENCİLERİN YANITLARI	FREKANS	%
BOŞ	4) Üssü 6 ve tabanı 2 olan üslü sayının değeri kaçtır?	16	40
DOĞRU	4) Üssü 6 ve tabanı 2 olan üslü sayının değeri kaçtır? $2^6 = 2.2.2.2.2.2 = 64$	7	12,5
YANLIŞ	4) Üssü 6 ve tabanı 2 olan üslü sayının değeri kaçtır? $6^2 = 2.2.2.2.2.2 = 64$	5	12,5

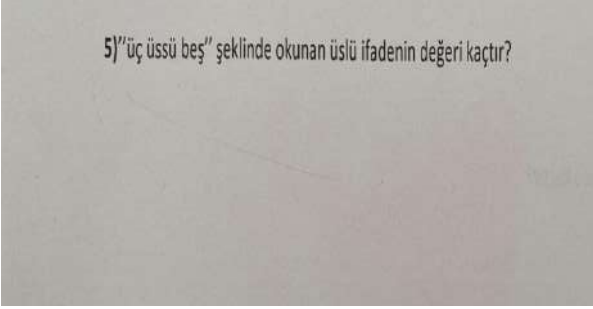
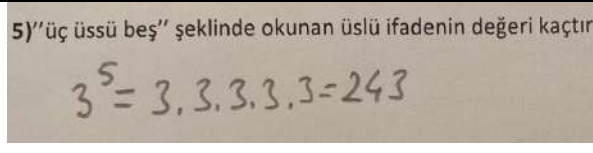
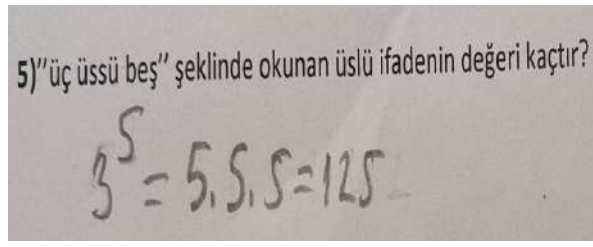
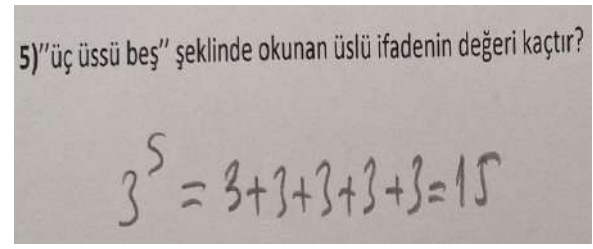
<p>4) Üssü 6 ve tabanı 2 olan üslü sayının değeri kaçtır?</p> $2^6 = 2,2,2,2,2,2 = 64$	12	30
--	----	----

Tablo: 4 Testin 4. sorusunun analizi

Testin 5. Soruya İlişkin Bulgular:

Testin 5. sorusu, “Aritmetik ortalama” konusu kapsamında yer almaktadır. 40 öğrenciden 7 si doğru, 17 si yanlış cevaplamış, 16 sı boş bırakmıştır. 12 öğrenci, 3. ve 4. sorularda olduğu gibi üs ve taban kavramlarını karıştırmıştır. 5 öğrenci de üslü sayıların tanımını bilmemeleri sebebiyle üs sayısını taban kadar çarpmak yerine toplamıştır.

	DOĞRU	YANLIŞ	BOŞ
Frekans	7	17	16
Yüzde	17,5	42,5	40

	ÖĞRENCİLERİN YANITLARI	FREKANS	%
BOŞ	<p>5)'üç üssü beş" şeklinde okunan üslü ifadenin değeri kaçtır?</p> 	16	40
DOĞRU	<p>5)'üç üssü beş" şeklinde okunan üslü ifadenin değeri kaçtır?</p> 	7	17,5
YANLIŞ	<p>5)'üç üssü beş" şeklinde okunan üslü ifadenin değeri kaçtır?</p> 	12	30
	<p>5)'üç üssü beş" şeklinde okunan üslü ifadenin değeri kaçtır?</p> 	5	12,5

Tablo: 5 Testin 5. sorusunun analizi

Testin 6. Soruya İlişkin Bulgular:

Testin 6. sorusu, “Doğal Sayılar” konusu kapsamında yer almaktadır. 40 öğrenciden 7 si doğru, 17 si yanlış cevaplamış, 16 sı boş bırakmıştır. 4 öğrenci, gerçekleştirdikleri matematik işlemlerinde hatalar yapmışlardır. Öte yandan, 13 öğrenci, işlem önceliği kapsamında önce bölme işlemi gerçekleştirmeleri gerektiği halde çıkarma işlemi yapmışlardır.

	DOĞRU	YANLIŞ	BOŞ
Frekans	7	17	16
Yüzde	17,5	42,5	40

Tablo: 6 Testin 6. sorusunun analizi

	ÖĞRENCİLERİN YANITLARI	FREKANS	%
BOŞ	<p>6) Aşağıdaki işlemleri yapınız.</p> <p>a) $60 - 40 : 5$</p> <p>b) $(60 - 40) : 5$</p>	16	40
DOĞRU	<p>6) Aşağıdaki işlemleri yapınız.</p> <p>a) $60 - 40 : 5 = 60 - 8 = 52$</p> <p>b) $(60 - 40) : 5 = 20 : 5 = 4$</p>	7	17,5
YANLIŞ	<p>6) Aşağıdaki işlemleri yapınız.</p> <p>a) $60 - 40 : 5 = 60 + 8 = 68$</p> <p>b) $(60 - 40) : 5 = \frac{60}{-40} = \frac{10}{10} \quad 10 : 5 = 2$</p>	4	10
		13	32,5

<p>6) Aşağıdaki işlemleri yapınız.</p> <p>a) $\frac{60 - 40}{20} : 5 = 20 : 5 = 4$</p> <p>b) $(60 - 40) : 5 = \frac{60}{5} - \frac{40}{5} = \frac{20}{5} = 4$</p>		
---	--	--

Testin 7. Soruya İlişkin Bulgular:

Testin 7. sorusu, “Aritmetik ortalama” konusu kapsamında yer almaktadır. 40 öğrenciden 6 sı doğru, 22 si yanlış cevaplamış, 12 si boş bırakmıştır. 19 öğrenci, çarpma ve bölme işlemlerinde, işlem sırasının soldan sağa olması gerektiği halde sağdan sola doğru işlem yapmış; bu nedenle sonuçları hatalı bulmuşlardır. Ayrıca, 3 öğrenci, bölme işlemlerinde pay ve payda sıralamasını karıştırmış, payda ile payın yerlerini ters yazarak soruları yanlış değerlendirmişlerdir.

	DOĞRU	YANLIŞ	BOŞ
Frekans	6	22	12
Yüzde	15	55	30

	ÖĞRENCİLERİN YANITLARI	FREKANS	%
BOŞ	<p>7) Aşağıdaki işlemleri yapınız.</p> <p>a) 20:10.2</p> <p>b) 8.4:2</p>	12	30
DOĞRU	<p>7) Aşağıdaki işlemleri yapınız.</p> <p>a) $\frac{20}{2} : 10.2 = 2.2 = 4$</p> <p>b) $8.4 : 2 = 32 : 2 = 16$</p>	6	15
YANLIŞ	<p>7) Aşağıdaki işlemleri yapınız.</p> <p>a) $\frac{20}{20} : 10.2 = 20 : 20 = 1$</p> <p>b) $\frac{8.4}{2} = 8.2 = 16$</p>	19	47,5
		3	7,5

<p>7) Aşağıdaki işlemleri yapınız.</p> <p>a) $20:10.2 = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}, 2 = 1$</p> <p>b) $8.4:2 = \frac{2}{4} \cdot \frac{8}{1} = \frac{16}{4} = 4$</p>		
--	--	--

Tablo: 7 Testin 7. sorusunun analizi

Testin 8. Soruya İlişkin Bulgular:

Testin 8. sorusu, “Üslü Sayılar” konusu kapsamında yer almaktadır. 40 öğrenciden 8 i doğru, 19 u yanlış cevaplamış, 13 ü boş bırakmıştır. 14 öğrenci, basamak sayısının 10 ile tekrarlı çarpımında üs kadar basamak olduğunu düşünmüş ve 0 sayısı ile basamak sayısını karıştırmıştır. Diğer beş öğrenci ise basamak tanımında bir hata yapmış; basamak tanımını hatırlayamadıklarından dolayı üslü sayıyı yanlış bulmuşlardır.

	DOĞRU	YANLIŞ	BOŞ
Frekans	8	19	13
Yüzde	20	47,5	32,5

Tablo: 8 Testin 8. sorusunun analizi

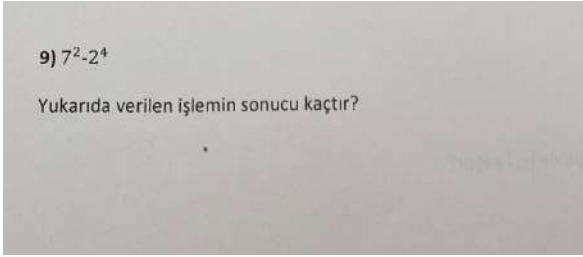
	ÖĞRENCİLERİN YANITLARI	FREKANS	%
BOŞ	<p>8) 10^a sayısı 10 basamaklı olduğuna göre a kaçtır?</p>	8	20
DOĞRU	<p>8) 10^a sayısı 10 basamaklı olduğuna göre a kaçtır?</p> $10^9 = 1.000.000.000$ $a = 9$	13	32,5
YANLIŞ	<p>8) 10^a sayısı 10 basamaklı olduğuna göre a kaçtır?</p> $a = 10 \quad 10^{10} \rightarrow 10 \text{ basamaklı}$	14	35
	<p>8) 10^a sayısı 10 basamaklı olduğuna göre a kaçtır?</p> $10^1 = 10$ $a = 1 \text{ olur}$	5	12,5

Testin 9. Soruya İlişkin Bulgular:

Testin 9. sorusu, “Üslü Sayılar” konusu kapsamında yer almaktadır. 40 öğrenciden 4 si doğru, 25 i yanlış cevaplamış, 11 i boş bırakmıştır. 10 öğrenci, üs ve taban yerlerini karıştırdıkları için sonucu hatalı bulmuştur. Diğer 15 öğrenci ise üslü sayı tanımını yanlış öğrendiklerinden, tabandaki sayıyı üs sayısı kadar çarpması gerektiği yerine üsle tabanı çarpmışlardır.

	DOĞRU	YANLIŞ	BOŞ
Frekans	4	25	11
Yüzde	10	67,5	27,5

Tablo: 9 Testin 9. sorusunun analizi

	ÖĞRENCİLERİN YANITLARI	FREKANS	%
BOŞ	<p>9) 7^2-2^4</p> <p>Yukarıda verilen işlemin sonucu kaçtır?</p> 	11	27,5
DOĞRU	<p>9) 7^2-2^4</p> <p>Yukarıda verilen işlemin sonucu kaçtır?</p> <p>$7^2 = 7 \cdot 7 = 49$</p> <p>$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$</p> <p>$7^2 - 2^4 = 49 - 16 = 33$</p>	4	10
YANLIŞ	<p>9) 7^2-2^4</p> <p>Yukarıda verilen işlemin sonucu kaçtır?</p> <p>$7^2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 128$</p> <p>$2^4 = 4 \cdot 4 = 16$</p> <p>$\begin{array}{r} 128 \\ - 16 \\ \hline 112 \end{array}$</p>	10	25
	<p>9) 7^2-2^4</p> <p>Yukarıda verilen işlemin sonucu kaçtır?</p> <p>$7^2 = 7 + 7 = 14$</p> <p>$2^4 = 2 + 2 + 2 + 2 = 8$</p> <p>$14 - 8 = 6$</p>	15	37,5

Testin 10. Soruya İlişkin Bulgular:

Testin 10. sorusu, “Aritmetik ortalama” konusu kapsamında yer almaktadır. 40 öğrenciden 4 ü doğru, 25 si yanlış cevaplamış, 11 i boş bırakmıştır. Soru 9’da olduğu gibi, 10 öğrenci üs ve taban kavramlarını karıştırmıştır, bu nedenle sonuçları yanlış değerlendirmiştir. Ayrıca, 15 öğrenci de üslü sayı tanımını doğru öğrenemedikleri için tabandaki sayıyı üs kadar çarpmak yerine üsle tabanı çarpmışlardır.

	DOĞRU	YANLIŞ	BOŞ
Frekans	4	25	11
Yüzde	10	67,5	27,5

Tablo: 10 Testin 10. sorusunun analizi

	ÖĞRENCİLERİN YANITLARI	FREKANS	%
BOŞ	<p>10) 2^3+4^2</p> <p>Yukarıda verilen işlemin sonucu kaçtır?</p>	11	27,5
DOĞRU	<p>10) 2^3+4^2</p> <p>Yukarıda verilen işlemin sonucu kaçtır?</p> $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ $4^2 = 4 \cdot 4 = 16$ $2^3 + 4^2 = 8 + 16 = 24$	4	10
YANLIŞ	<p>10) 2^3+4^2</p> <p>Yukarıda verilen işlemin sonucu kaçtır?</p> $2^3 = 3 \cdot 3 = 9$ $4^2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ $9 + 16 = 25$	10	25
	<p>10) 2^3+4^2</p> <p>Yukarıda verilen işlemin sonucu kaçtır?</p> $2^3 = 2 + 2 + 2 = 6$ $4^2 = 4 + 4 = 8$ $6 + 8 = 14$	15	37,5

BÖLÜM V

SONUÇ VE ÖNERİLER

Gözlemlenen genel sorun, işlem önceliği kavramının yeterince içselleştirilememesi ve soldan sağa işlem yapılması gerekirken sağdan sola işlem yapılmasıdır. Bu durum, özel yetenekli öğrencilerde daha az görülse de, işlem önceliğinin nedenleri ve matematiksel temelleri üzerinde derinlemesine bir anlayış eksikliği olabilir.

İşlem Önceliği: Çarpma ve bölme işlemlerinin toplama ve çıkarma işlemlerine göre önceliği olduğu bilgisi, rutin uygulama yerine kavramsal olarak anlaşılmalıdır. Özel yetenekli öğrenciler için, işlem önceliği kurallarının arkasındaki matematiksel mantık (örneğin, dağılma özelliği) vurgulanabilir. Farklı işlem önceliği gerektiren karmaşık problemler ve bunların çözüm stratejileri üzerinde durulmalıdır.

Soldan Sağa Kuralı: Aynı önceliğe sahip işlemlerde soldan sağa işlem yapma kuralı, sadece ezberlenmek yerine neden önemli olduğu açıklanmalıdır. Örneğin, $(5 \times 3) / 5$ ve $5 \times (3 / 5)$ ifadelerinin sonuçlarının farklı olduğunu gösteren örneklerle bu kuralın gerekliliği vurgulanabilir. Özel yetenekli öğrenciler, bu kuralın istisnalarını ve nedenlerini araştırabilirler (örneğin, sağdan sola birleşme özelliği gösteren işlemler).

Parantez Kullanımı: Parantezlerin işlem sırasını değiştirmedeki rolü üzerinde durulmalı ve öğrencilere karmaşık ifadeleri parantez kullanarak nasıl basitleştirebilecekleri gösterilmelidir. Özel yetenekli öğrenciler, parantez kullanımının farklı yollarla aynı sonucu verebileceği durumları inceleyebilir ve en etkili parantez kullanımını tartışabilirler.

Pay ve Payda: Kesirlerde pay ve paydanın doğru yerleştirilmesi, görsel materyaller ve gerçek hayat örnekleri ile pekiştirilmelidir. Özel yetenekli öğrenciler için, pay ve paydanın oran ve orantı kavramlarıyla ilişkisi vurgulanabilir.

Üslü Sayılar: Üslü sayılarda en sık karşılaşılan sorun, taban ve üs kavramlarının karıştırılmasıdır. Bu durum, özel yetenekli öğrencilerde de kavramsal bir anlama eksikliğine işaret edebilir.

Taban ve Üs Kavramları: Taban ve üs kavramları somut örneklerle (kare, küp gibi) ve görsel modellerle açıklanmalıdır. Özel yetenekli öğrenciler, üslü sayıların farklı

tabanlardaki (2'lik, 10'luk gibi) gösterimlerini ve bunlar arasındaki dönüşümleri inceleyebilirler.

Üs Hesaplama: Üssün anlamı, tekrarlı çarpım olarak vurgulanmalı ve öğrencilere üs kadar tabanı çarpmaları gerektiği örneklerle gösterilmelidir. Özel yetenekli öğrenciler için, büyük üslü sayıları hesaplamak için daha etkili yöntemler (örneğin, hızlı üs alma algoritmaları) tanıtılabilir.

10'un Kuvvetleri: 10'un kuvvetleri, basamak değeri sistemiyle ilişkilendirilerek anlatılmalıdır. Üstün yetenekli öğrenciler, bilimsel gösterimi ve çok büyük/küçük sayıları ifade etmek için 10'un kuvvetlerinin kullanımını araştırabilirler.

Genel Öneriler:

Farklaştırılmış Öğretim: Özel yetenekli öğrencilere, konuların derinlemesine incelenmesini sağlayacak zorlayıcı problemler ve etkinlikler sunulmalıdır. Araştırma projeleri, problem çözme etkinlikleri ve matematiksel oyunlar kullanılabilir.

Kavramsal Anlayış: Ezber yerine kavramsal anlayışa odaklanılmalıdır. Öğrencilere "neden" sorusunu sormaya teşvik edilmeli ve matematiksel kuralların arkasındaki mantık açıklanmalıdır.

Hata Analizi: Öğrencilerin yaptığı hatalar dikkatlice analiz edilmeli ve bu hataların nedenleri anlaşılmalı çalışılmalıdır. Hatalar, öğrenme fırsatları olarak görülmeli ve öğrencilere kendi hatalarından öğrenmeleri için rehberlik edilmelidir.

Zenginleştirilmiş İçerik: Özel yetenekli öğrenciler için, konularla ilgili ileri düzey kavramlar, tarihsel bağlam ve gerçek dünya uygulamaları sunulmalıdır.

KAYNAKÇA

- Ülgen, G. (2004). *Kavram Geliştirme*. Ankara: Nobel.
- Ural, A. (2017). *Matematik Öğreniminde Kavram Yanılgıları ve Zorluklar*, İstanbul:Cinius.
- Argün, Z., Arıkan, A., Bulut, S. & Halıcıoğlu, S. (2014). *Temel Matematik Kavramlarının Künyesi*. Ankara: Gazi.
- Zembat, İ. Ö. (2008). Kavram Yanılgısı Nedir?. Özmantar, M., Bingölbali E. & Akkoç, H. (Ed.), *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri içinde* (s. 1-7). Ankara: Pegem.
- MEB. (2011) Talim ve Terbiye Kurulu Bakanlığı, *Matematik Dersi Öğretim Programı ve Kılavuzu*: Ankara.
- Çetin, Y., Ersoy, Y. ve Çakıroğlu, E. (2002) “Kule: Kefederek, Uygulayarak Logaritma Öğretimi Etkinlikleri”, V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, 1618 Eylül 2002, ODTÜ, Ankara.
- Güven, B. ve Karataş, İ. (2003) *Dinamik Geometri Yazılımı Cabri ile Geometri Öğrenme: Öğrenci Görüleri*, The Turkish Online Journal of Educational Technology – TOJET, c.2, s.2, ss. 6778,
- Köroğlu, H. ve Yeşildere, S. (2004) “İlköğretim Yedinci Sınıf Matematik Dersi Tamsayılar Ünitesinde Çoklu Zeka Teorisi Tabanlı Öğretimin Öğrenci Başarısına Etkisi”, Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, c. 24, s. 2, ss. 2541.
- Işık, A., Çiltaş, A. ve Bekdemir, M. (2008). Matematik eğitiminin gerekliliği ve önemi. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, (17), 174-184.
- Akkan, Y. ve Baki, A. (2016). Doğal sayı sistemindeki özellikleri genelleme yoluyla görünür kılma bağlamında ortaokul öğrencilerinin cebire geçişlerinin incelenmesi. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 6(2), 198-230.
- Özdemir, Ç. (2019). *Matematik 6 ders kitabı*. Ankara: Ögün Yayınları
- Umay, A. (2002). Öteki matematik. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23: 275-281.
- Millî Eğitim Bakanlığı, MEB, (2018). Matematik dersi 1-8. sınıflar öğretim programı. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı (Ed.). Ankara: MEB Yayınları.
- Walle, J. A. V., Karp, K. S. ve Williams, J. M. B. (2013). *İlkokul ve ortaokul matematiği* (S. Durmuş, Çev.). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık

Doğal Sayılarla işlemler konusunun matematik müfredatlarında daha geniş bir şekilde yer bulmasıyla birlikte, öğrencilerin bu konuları öğrenirken hatalı veya yanlış anladıkları kavramları tekrar öğrenmeleri gereklilik haline gelmiştir. Ancak doğal sayılarla işlemler konusuyla ilgili yapılan araştırmaların çoğunlukla öğrencilerle gerçekleştirildiği, tarama yöntemi kullanıldığı ve genellikle öğrencilerin doğal sayılarla ilgili bilgilerine odaklandığı gözlemlenmektedir. Bu alandaki öğrenci çalışmalarının sayısının sınırlı olduğu gözlemlenmektedir. Öğrencilerin doğal sayılarla işlemler konusu konularını öğrenirken ki bilgi düzeylerini inceleyen araştırmaların sonuçlarına bakıldığında, doğal sayılarda işlemler konularının öğrenimiyle ilgili önemli eksiklikler olduğu görülebilir. Bu eksiklikler arasında üslü sayıları çarpım şeklinde değil de toplama şeklinde yazmaları yer almaktadır. Kuvvet ve tabanın yerlerinin karıştırıldığı görülmektedir. Üslü ifadeleri yazarken kuvvet ve tabanın yerlerini de karıştırdığı anlaşılmaktadır. Ayrıca, kuvvet ve taban gibi terimleri yorumlama sorularında da karıştırdıkları gözlenmektedir.

Bu çalışma Tokat Üniversitesinde dönem projesi olarak kabul görmüş olup **Gaziosmanpaşa Bilim ve Sanat Merkezi** yayınları için kitap haline getirilmiştir.

